körmozgás
feladatok és megoldások

1. Mekkora a szögsebessége a n=45 1/min fordulatszámmal forgó lemezjátszónak?

2. Mekkora fordulatszámnak felel meg a 33 1/min?

3. Mekkora az egyenlítőn a Föld kerületi sebessége? A Föld sugara 6375 km.

4. Mekkora a szögsebessége az 50 m sugarú kanyarban 36 km/h sebességgel haladó autónak?

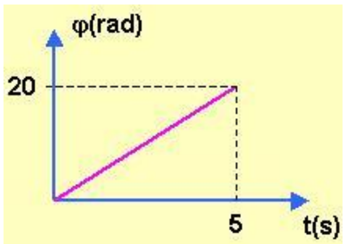
5. Egy körfűrész fordulatszáma 11 1/s, sugara 16 cm. Mekkora a kerületi sebessége?

6. Mekkora a sebessége a 33 1/s fordulatszámmal forgó hanglemez szélének? Sugara r=14 cm.

7. Mekkora a 30 cm sugarú autókerék fordulatszáma, ha az autó 72 km/h sebességgel halad?

8. Egy test egyenletes körmozgást végez. A pálya sugara 2 m. Az ábrán megadtuk a forgásszöget az idő függvényében.

   Számítsd ki a körmozgást jellemző fizikai mennyiségeket!



9. Egy 1,5 m sugarú körpályán mozgó test, 5 s alatt 20 fordulatot tesz meg. Mekkora a fordulatszáma és a periódusideje? Mekkora a kerületi sebessége?

10. A játékvonat a 80 cm átmérőjű körpályáján 5 s alatt 1 méteres utat tett meg. Mekkora a sebessége, a szögsebessége, a periódusideje és a fordulatszáma?

11. Egy 1,25 m sugarú körpályán mozgó test fordulatszáma 0,5 1/s. Mennyi idő alatt fut be 20 méteres utat?

12. 80 km/h sebességgel haladunk, egy 70 m sugarú kanyarban. Mekkora a centripetális gyorsulásunk?

13. Egy egyenletes körmozgást végző test 120^0-os szöget 1 s alatt fut be. A pálya sugara 1,2 m. Mekkora a sebessége, a szögsebessége, a periódusideje és a fordulatszáma? Mekkora a centripetális gyorsulása? A 120^0 vajon hányadrésze a teljes szögnek?

14. **546.** Egyenletes körmozgást végző pontszerű test kerületi sebessége 2,5 $\frac{m}{s}$, szögsebessége 1,5625 $\frac{1}{s}$. Mekkora a pálya sugara? Mekkora a fordulatszáma?

15. **547.** Egy személygépkocsi 54 $\frac{km}{h}$ sebességgel kanyarodik, 54 m sugarú, körív alakú pályán. Mekkora a gépkocsi centripetális gyorsulása?

16. **548.** Körpályán egyenletesen mozgó pontszerű test 3 perc alatt 120 fordulatot tesz meg. Mekkora a periódusideje, és mekkora a frekvenciája?

17. **549.** Körpályán egyenletesen mozgó pontszerű test 90°-os szögelfordulásához 0,6 s időre van szükség. Mekkora a szögsebessége?

18. **550.** Körpályán egyenletesen mozgó pontszerű test szögsebessége $0{,}12\ \frac{1}{\text{s}}$. Mennyi idő alatt változik a sebességének iránya 120°-ot?

19. **551.** Mennyi idő alatt végez 36π szögelfordulást a $3\pi\ \frac{1}{\text{s}}$ szögsebességgel egyenletes körmozgást végző test?

20. **552.** Mennyi idő alatt következik be 540° szögelfordulás a $3\pi\ \frac{1}{\text{s}}$ szögsebességű egyenletes körmozgás során?

21. **553.** Mekkora sugarú pályán mozog az a pontszerű test, amelynek szögsebessége $0{,}5\pi\ \frac{1}{\text{s}}$, kerületi sebessége pedig $2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$?

22. **554.** Egyenletes körmozgást végző pontszerű test periódusideje 2,4 s. Mekkora a centripetális gyorsulása, ha a pálya átmérője 1,2 m?

23. **555.** Pontszerű test egyenletes körmozgást végez 0,3 m sugarú körpályán. Centripetális gyorsulása $2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Mekkora a kerületi sebessége? Mekkora a szögsebessége?

24. **556.** Utasszállító repülőgép sebessége $486\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. A pilóta leszállási engedélyre várakozva, 24 km átmérőjű vízszintes síkú körpályán vezeti a gépet. Mekkora a gép centripetális gyorsulása? Hány kört kell repülni, ha a várakozási idő 37 perc?

25. **557.** Háztartási centrifugában a nedves ruha $1200\ \frac{1}{\text{perc}}$ fordulatszámmal, 25 cm sugarú körpályán mozog. Mekkora a kerületi sebesség? A centripetális gyorsulás hányszorosa a nehézségi gyorsulásnak?

26. **558.** Felfordított kerékpár kereke 20 fordulatot tesz meg 10 másodperc alatt. A kerék kerülete 2,1 m. Mekkora a kerékgumi legszélső pontjainak a kerületi sebessége?

27. **559.** A vidámparkban az óriáskerék sugara 8 m. Egy gondolája a teljes kört 2 perc alatt teszi meg.

a) Mekkora a kerületi sebessége?

b) Mekkora a fordulatszám?

28. **560.** Körhintán ülő gyerek 5 perc alatt 75 kört tett meg. Mekkora volt az átlagos fordulatszáma és átlagos szögsebessége?

29. **561.** Mekkora sugarú körpályán mozog az az acélszálon vezetett repülőgépmodell, amelynek sebessége $108\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, és négy másodpercenként tesz meg egy teljes kört?

30. **562.** Egy pontszerű test origó középpontú körpályán egyenletesen mozog. Helykoordinátái a $t = 0$ időpillanatban $x = 12$ cm, $y = 0$, a $t = 0{,}6$ s időpillanatban $x = 0$, $y = 12$ cm. Mekkora a pontszerű test szögsebessége? Mekkora a pontszerű test kerületi sebessége?

Megoldások

1. n=45 1/min n= 45/60=0,75 1/s T= 1/n > 1/0,75= 1,33 s

   $\omega = 2\pi / T$ ω = 2π/1,33 = **4,71 1/s**

2. 1 min = 60 s, n = 33/60 = **0,55 1/s**

3. T=24 h T = 24 · 3600 = 86400 s r= 6375 km = 6375000 m

   v= 2r π /T= 2 · 6,375 · 10^6 · π /8,64·10^4 = 4,64 · 10^2 = **464 m/s**

4. r=50 m, v=36 km/h v= 10 m/s $\omega = v / r$ = 10 / 50 = **0,2 1/s**

5. n= 11 1/s, r=16cm= 0,16 m v= 2r π n = 2· 0,16 π · 11 = **11,06 m/s**

6. n= 33 1/min= 0,55 1/s r=14 cm =0,14 m

   v= 2r π n = 2 · 0,14 · 3,14 · 0,55 = **0,48 m/s**

7. v= 72 km/h = 20 m/s r=30 cm=0,3 m $v = r 2\pi n$ $n = \dfrac{v}{r 2\pi} =$

   = 20 / 0,3 · 2 · 3,14 = **10,62 1/s**

8. r = 2 m
   Δφ = 20 rad
   <u>Δt = 5 s</u>
   n; T; ω; v_{ker}; a_{cp} = ?

   $$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{20 \text{rad}}{5 \text{s}} = \underline{\underline{4\frac{1}{s}}}$$

   A szögsebességből mindent ki tudunk számolni.

   $$\omega = 2\pi n \quad \Rightarrow n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4\frac{1}{s}}{6,28} = \underline{\underline{0,64\frac{1}{s}}}$$

   $$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{0,64\frac{1}{s}} = \underline{\underline{1,57\,s}}$$

   $$v_{ker} = r \cdot \omega = 2m \cdot 4\frac{1}{s} = \underline{\underline{8\frac{m}{s}}}$$

   $$a_{cp} = r \cdot \omega^2 = 2m \cdot \left(4\frac{1}{s}\right)^2 = \underline{\underline{32\frac{m}{s^2}}}$$

9. r = 1,5 m Ha 5 s alatt 20-t fordul, akkor 1 s alatt 20÷5 = 4-t! Tehát

   Δt = 5 s a fordulatszám: <u>n = 4 1/s</u>. Ha 1 s alatt négyet fordul,

   <u>ΔZ = 20</u> akkor 1 fordulathoz egynegyed másodperc szükséges.

   T; n; v_{ker} = ? A periódusidő: <u>T = 0,25 s</u>

   A kerületi sebesség: $v_{ker} = r \cdot \omega = r\dfrac{2\pi}{T} = 1,5 \cdot \dfrac{6,28}{0,25\,s} = \underline{\underline{37,68\dfrac{m}{s}}}$

Rövidebben:

$$n = \frac{\Delta Z}{\Delta t} = \frac{20}{5\,s} = \underline{\underline{4\,\frac{1}{s}}} \quad \Rightarrow T = \frac{1}{n} = \frac{1}{4\,\frac{1}{s}} = \underline{\underline{0{,}25\,s}}$$

$$v_{ker} = r\omega = r\,\frac{2\pi}{T} = 1{,}5\,m\,\frac{6{,}28}{0{,}25\,s} = \underline{\underline{37{,}68\,\frac{m}{s}}}$$

10. $r = 0{,}4$ m
$\Delta t = 5$ s
$s = 1$m
ω; T; n; v_{ker} = ?

Ha 5 s alatt 1 métert tesz meg, akkor a sebessége

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1m}{5\,s} = \underline{\underline{0{,}2\,\frac{m}{s}}} = v_{ker}$$

VISSZA

$v_{ker} = r\cdot\omega$ A kerületi sebességből meghatározhatjuk a szögsebességet, abból pedig a keringési időt és a fordulatszámot.

$$\omega = \frac{v_{ker}}{r} = \frac{0{,}2\,\frac{m}{s}}{0{,}4\,m} = \underline{\underline{0{,}5\,\frac{1}{s}}} \quad \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6{,}28}{0{,}5\,\frac{1}{s}} = \underline{\underline{12{,}56\,s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{12{,}56\,s} = \underline{\underline{0{,}0796\,\frac{1}{s}}} = 0{,}0796\,\frac{1}{\frac{1}{60}\,perc} = 4{,}776\,\frac{1}{perc}$$

11. r = 1,25 m

s =20 m

n = 0,5 1/s

t =?

Adott az út, az időhöz a sebességet kell meghatározni.

VISSZA

$$t = \frac{s}{v} \qquad v_{ker} = r\cdot\omega$$

A szögsebességet ki tudjuk számolni a fordulatszámból:

$$\omega = 2\pi n = 6{,}28\cdot 0{,}5\,\frac{1}{s} = 3{,}14\,\frac{1}{s}$$

$$v_{ker} = 1{,}25m\cdot 3{,}14\,\frac{1}{s} = 3{,}925\,\frac{m}{s}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{20m}{3{,}925\,\frac{m}{s}} = \underline{\underline{5{,}1\,s}}$$

12. v = 80 km/h = 22,22 m/s

r = 70 m

a_{cp}= ?

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(22,22\frac{m}{s}\right)^2}{70m} = \underline{\underline{7,05\frac{m}{s^2}}}$$

VISSZA

13. $\Delta\varphi = 120^0$
Δt = 1 s
r =1,2 m
v; T; n; a_{cp} = ?

Ha 1s alatt fordul 120 fokot, akkor 3 s kell a teljes fordulathoz. T = 3 s
A periódusidőből megvan a fordulatszám és a szögsebesség:

$$n = \frac{1}{T} = \underline{\underline{\frac{1}{3}\frac{1}{s}}} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3\,s} = \underline{\underline{2,09\frac{1}{s}}}$$

VISSZA

A kerületi sebesség:

$$v_{ker} = r\cdot\omega = 1,2m\cdot 2,09\frac{1}{s} = \underline{\underline{2,51\frac{m}{s}}}$$

A centripetális gyorsulás:

$$a_{cp} = r\cdot\omega^2 = 1,2m\cdot\left(2,09\frac{1}{s}\right)^2 = \underline{\underline{5,25\frac{m}{s^2}}}$$

Második megoldás: A test pont a kerület harmadát futja be:

$$s = \frac{2r\pi}{3} \qquad \omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{1s} = \underline{\underline{2,09\frac{1}{s}}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2,09\frac{1}{s}} = \underline{\underline{3s}} \Rightarrow n = \frac{1}{T} = \underline{\underline{\frac{1}{3}\frac{1}{s}}}$$

$$v_{ker} = r\cdot\omega = 1,2m\cdot 2,09\frac{1}{s} = \underline{\underline{2,51\frac{m}{s}}}$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(2,51\frac{m}{s}\right)^2}{1,2m} = \underline{\underline{5,25\frac{m}{s^2}}}$$

Harmadik megoldás:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\frac{2r\pi}{3}}{t} = \frac{2r\pi}{3t} = \frac{2\cdot 1,2m\cdot 3,14}{3\,s} = \underline{\underline{2,51\frac{m}{s}}}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2,51\frac{m}{s}}{1,2m} = \underline{\underline{2,09\frac{1}{s}}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2,09\frac{1}{s}} = \underline{\underline{3s}} \Rightarrow n = \frac{1}{T} = \underline{\underline{\frac{1}{3}\frac{1}{s}}}$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(2,51\frac{m}{s}\right)^2}{1,2m} = \underline{\underline{5,25\frac{m}{s^2}}}$$

14.

546. A kerületi sebesség és a szögsebesség kapcsolata $v_k = \omega \cdot r$, amelyből a pályasugár $\frac{v}{\omega} = r$. Az adatok: $v_k = 2{,}5\ \frac{m}{s}$, $\omega = 1{,}5625\ \frac{m}{s}$. A számítás eredménye: $r = 1{,}6$ m.

A szögsebesség és a frekvencia kapcsolata $\omega = 2\pi \cdot f$, amelyből $f = \frac{\omega}{2\pi}$. A számítás eredménye: $f = 0{,}2487\ \frac{1}{s}$.

15.

547. A kerületi sebesség, a pályasugár és a centripetális gyorsulás kapcsolata: $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$. Az összefüggésből a keresett centripetális gyorsulás kiszámítható, ha az adatokat SI-egységben alkalmazzuk. Az adatok: $v_k = 54\ \frac{km}{h} = 15\ \frac{m}{s}$. A számítás eredménye: $a_{cp} = 4{,}17\ \frac{m}{s^2}$.

16.

548. A fordulatok száma (N), a frekvencia és az idő kapcsolata $N = f \cdot t$, amelyből $f = \frac{N}{t}$. A periódusidő és a frekvencia közötti összefüggés $T = \frac{1}{f}$. Az adatok: $t = 3$ perc $= 180$ s, $N = 120$. A számítás eredménye: $f = 0{,}667\ \frac{1}{s}$, $T = 1{,}5$ s.

17.

549. A szögelfordulás, a szögelfordulás időtartama és a szögsebesség közötti kapcsolat: $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$, amelyből a szögsebesség kiszámítható. Az adatokat SI-egységben alkalmazzuk, $\Delta\alpha = 90° = \frac{\pi}{2}$, $\Delta t = 0{,}6$ s. A számítás eredménye: $\omega = 2{,}618\ \frac{1}{s}$.

18.

550. Belátható, hogy a test Δt idő alatt bekövetkező szögelfordulása egyenlő a test sebességvektorának szögelfordulásával. (Merőleges szárú szögek egyenlősége.) Így az $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$ összefüggés alapján számolhatunk, $\Delta t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$. Az adatok: $\omega = 0{,}12\ \frac{1}{s}$, $\Delta\alpha = 120° = \frac{2\pi}{3}$. A számítás eredménye: $\Delta t = 0{,}1745$ s.

19.

551. A szögelfordulás, a szögelfordulás időtartama és a szögsebesség közötti kapcsolat: $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$. A szögelfordulás időtartama: $\Delta t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$. Az adatok: $\Delta\alpha = 36\pi$, $\omega = 3\pi\ \frac{1}{s}$. A számítás eredménye: $\Delta t = 12$ s.

20. **552.** A szögelfordulás, a szögelfordulás időtartama és a szögsebesség közötti kapcsolat: $\omega = \dfrac{\Delta\alpha}{\Delta t}$. A szögelfordulás időtartama: $\Delta t = \dfrac{\Delta\alpha}{\omega}$. Az adatok: $\Delta\alpha = 540° = 3\pi$, $\omega = 3\pi\ \dfrac{1}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $\Delta t = 1$ s. VISSZA

21. **553.** A kerületi sebesség, a szögsebesség és a pályasugár közötti kapcsolat: $v = \omega \cdot r$, amelyből $r = \dfrac{v}{\omega}$. Az adatok: $\omega = 0{,}5\pi\ \dfrac{1}{\text{s}}$, $v = 2\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $r = 1{,}273$ m. VISSZA

22. **554.** A centripetális gyorsulás, a pályasugár és a körmozgás periódusideje közötti kapcsolat: $a_{cp} = \dfrac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$, amelyből a keresett centripetális gyorsulás kiszámítható. Az adatok: $T = 2{,}4$ s, $d = 2r = 1{,}2$ m. A számítás eredménye: $a_{cp} = 4{,}11\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. VISSZA

23. **555.** A centripetális gyorsulás, a pályasugár és a körmozgás kerületi sebessége közötti kapcsolat: $a_{cp} = \dfrac{v^2}{r}$. Ebből az összefüggésből a kerületi sebesség: $v = \sqrt{a_{cp} \cdot r}$. Az adatok: $a_{cp} = 2\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $r = 0{,}3$ m. A számítás eredménye: $v = 0{,}7746\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. VISSZA

A kerületi sebesség és a szögsebesség kapcsolata: $v = \omega \cdot r$, amelyből $\omega = \dfrac{v}{r}$. A számítás eredménye: $\omega = 2{,}582\ \dfrac{1}{\text{s}}$.

24. **556.** A centripetális gyorsulás, a pályasugár és a körmozgás kerületi sebessége közötti kapcsolat: $a_{cp} = \dfrac{v^2}{r}$. Ebből az összefüggésből – ha az adatokat SI-egységben alkalmazzuk – a repülőgép centripetális gyorsulása közvetlenül kiszámítható. Az adatok: $v = 486\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}} = 135\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $d = 2r = 24$ km $= 24\,000$ m. A számítás eredménye: $a_{cp} = 1{,}52\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$. VISSZA

A berepült körök száma a várakozási idő (t) és a periódusidő (T) hányadosával egyenlő. A periódusidőt a kerületi sebesség, a pályasugár és a periódusidő kapcsolatát kifejező $v = \dfrac{2r\pi}{T}$ összefüggés alapján számíthatjuk, amelyből $T = \dfrac{2r\pi}{v}$. A számítás eredménye: $T = 558{,}5$ s.

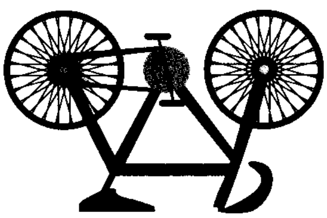
A berepült körök száma: $n = \dfrac{t}{T}$, amelyben $t = 37$ perc $= 2220$ s. A számítás eredménye: $n \approx 4$.

25. **557.** A nedves ruha sebessége a centrifugában a $v = 2r\pi \cdot f$ összefüggés alapján számítható. Az adatok: $f = 1200 \dfrac{1}{\text{perc}} = 20\dfrac{1}{s}$, $r = 25$ cm $= 0{,}25$ m. A számítás eredménye: $v = 31{,}42 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

A centripetális gyorsulás, a pályasugár és a fordulatszám közötti kapcsolat: $a_{cp} = 4\pi^2 f^2 r$, amelyből a centripetális gyorsulás közvetlenül kiszámítható. A számítás eredménye: $a_{cp} = 3947{,}8 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Ha $g \approx 10 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, akkor ez a gyorsulás $a_{cp} \approx 395g$-nek felel meg.

26. **558.** A kerék peremének kerületi sebességét a $v = 2r\pi \cdot f$ összefüggés alapján számíthatjuk. Az adatok: $2r\pi = 2{,}1$ m, $f = \dfrac{N}{\Delta t} = 2 \dfrac{1}{\text{s}}$. A számítás eredménye: $v = 1{,}05 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.



27. **559.** Adatok: $R = 8$ m, $T = 2$ min $= 120$ s. *a)* $v =?$ *b)* $n =?$

a) A sebesség az út és idő hányadosa. Itt a gondola útja a körpálya kerülete, az eltelt idő a periódusidő, tehát a gondola sebessége:

$$v = \frac{s}{T} = \frac{2R\pi}{T} = \frac{2 \cdot 8 \text{ m} \cdot \pi}{120 \text{ s}} = 0{,}42 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

b) A fordulatszám a periódusidő reciproka:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{120 \text{ s}} = 0{,}00833 \frac{1}{\text{s}} = 0{,}00833 \frac{1}{\text{s}} \cdot 60 = 0{,}5 \frac{1}{\text{min}}.$$

28. **560.** Adatok: $t = 5$ min, $z = 75$. $n =?$ $\omega =?$

A fordulatszám fogalma szerint:

$$n = \frac{z}{t} = \frac{75}{5 \text{ min}} = 15 \frac{1}{\text{min}} = \frac{15}{60} \frac{1}{\text{s}} = 0{,}25 \frac{1}{\text{s}}.$$

A szögsebesség:

$$\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 0{,}25 \frac{1}{\text{s}} = 1{,}57 \frac{1}{\text{s}}.$$

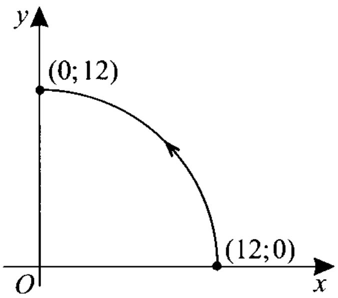
29.

561. Adatok: $v = 108\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = T = 4$ s, $z = 1$, azaz $s = 2R\pi$, $R = ?$

A repülőgépmodell sebessége: $v = \frac{s}{t} = \frac{2R\pi}{T}$, innen a pályasugár:

$$R = \frac{vT}{2\pi} = \frac{30\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\ \text{s}}{2\pi} = 19{,}1\ \text{m}.$$

30.



562. A helykoordináta-adatokból kiolvasható, hogy a megadott időtartam alatt (0,6 s) a test épp egy negyedkört futott be. Ezért a periódusidő: $T = 2{,}4$ s. A szögsebesség az $\omega = \frac{2\pi}{T}$ összefüggés alapján számítható. A számítás eredménye: $\omega = 2{,}618\ \frac{1}{\text{s}}$. A kerületi sebességre érvényes $v = \omega \cdot r$ összefüggés alkalmazható. A számítás eredménye: $v = 0{,}314\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.