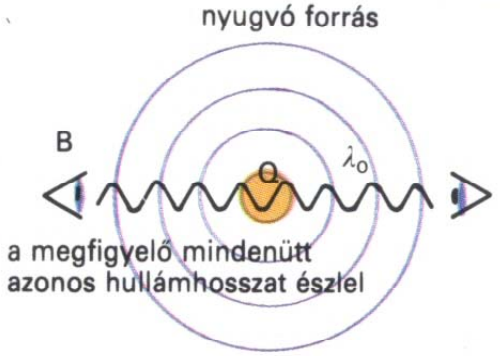
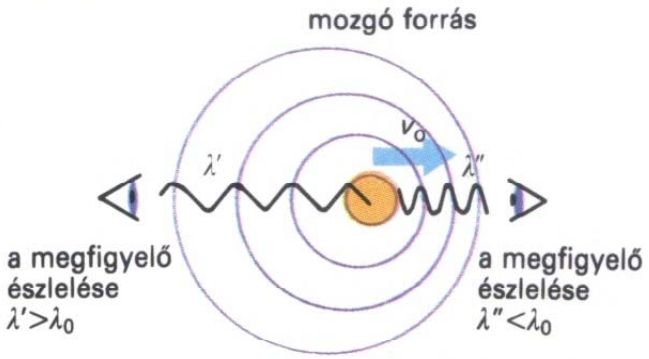
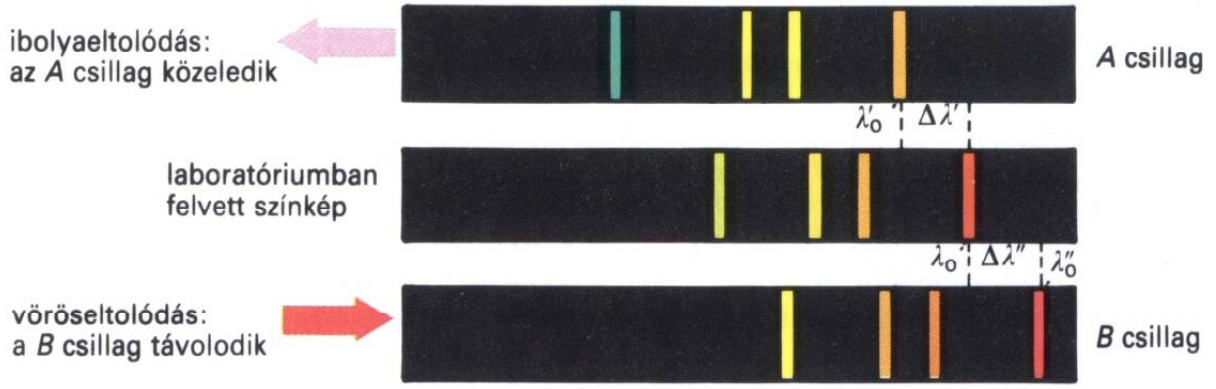




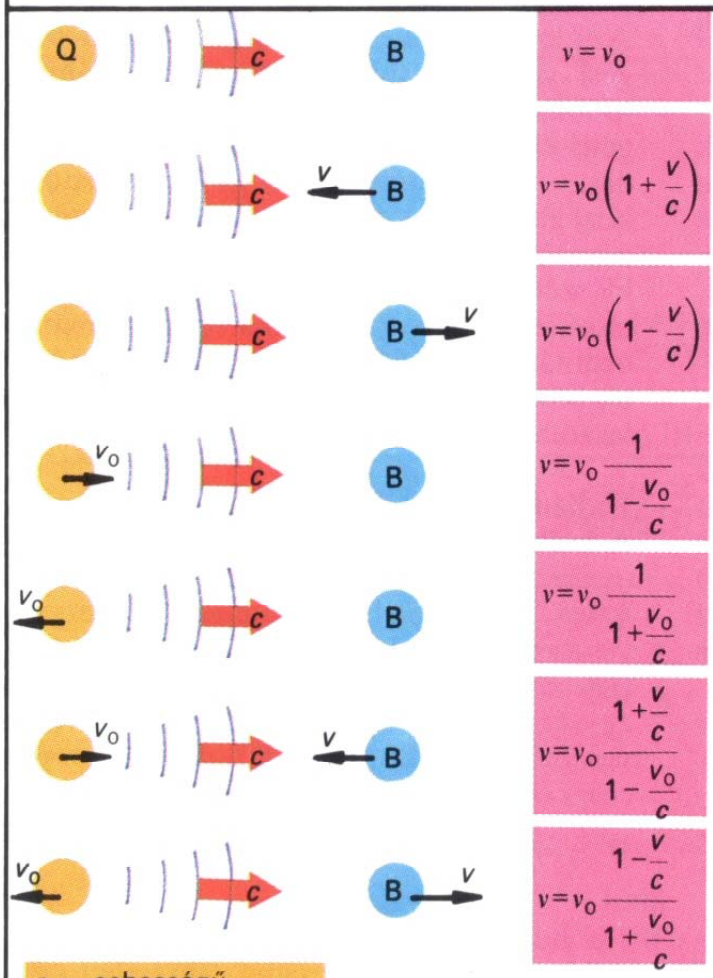
Doppler-effektus nyugvó megfigyelő számára

λ_0: a forrás által kibocsátott hullámhossz

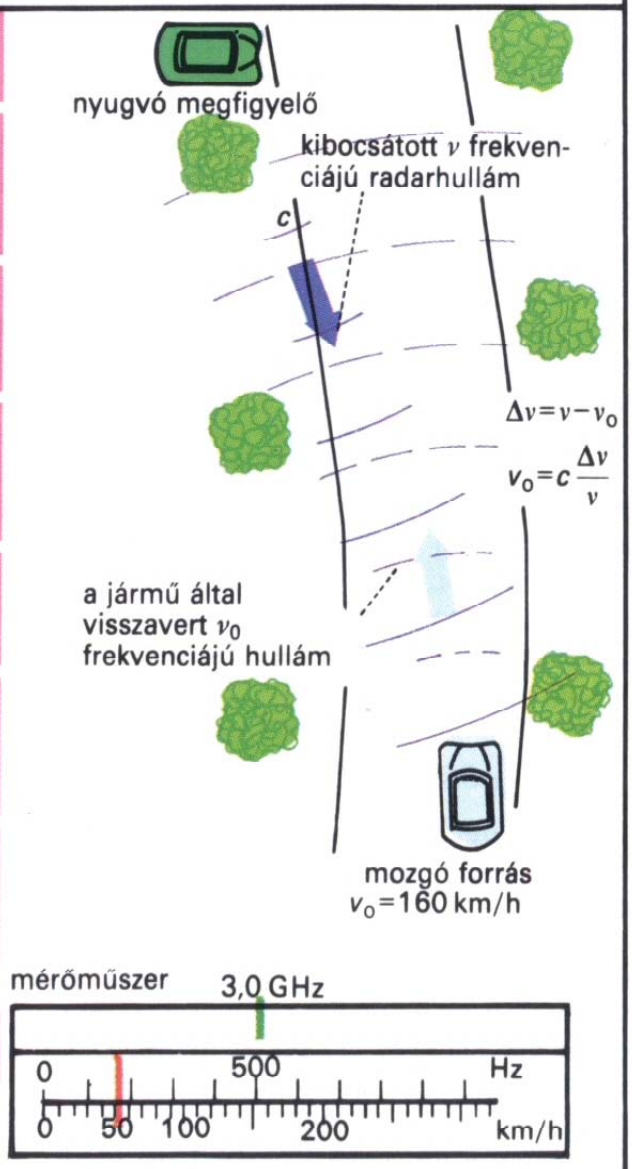


$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c$$

Csillagok sugárirányú sebességének mérése



Doppler-effektus v, $v_0 \ll c$ esetekre



Radarcsapda

Egy adó ν_s frekvenciájú, illetve λ_s hullámhosszúságú hullámokat bocsát ki, egy megfigyelő pedig ezeket mint ν frekvenciájú, illetve λ hullámhosszúságú hullámokat veszi. Ha az adó és a vevő egymáshoz képest *nem* mozognak, akkor $\nu = \nu_s$ és $\lambda = \lambda_s$. Ha azonban egymáshoz képest mozognak, $\nu \neq \nu_s$ és $\lambda \neq \lambda_s$.

Ha a hullámok u terjedési sebessége nyugvó közegre vonatkozik, mint például a hangsebesség a nyugvó levegőre, akkor lényeges, hogy az adó, a vevő, vagy mindkettő mozog-e a közeghez képest.

CHRISTIAN DOPPLER (1803–53) fedezte fel ezt a jelenséget, amelyet ma nagyon sokrétűen alkalmaznak.

1. Nyugvó adó, mozgó vevő:

a) Ha a vevő az adó felé közeledik, időegységenként több hullámot vesz, mintha állna, tehát frekvencianövekedést észlel. A vevő által észlelt frekvencia

$$\nu = \nu_s + \nu_s(v_E/u) = \nu_s(1+v_E/u).$$

ν: a vevő által mért frekvencia; ν_s: az adó által kibocsátott frekvencia; v_E, u: a vevő haladási, illetve a hullám terjedési sebessége a közeghez viszonyítva.

b) A vevő az adótól távolodik, időegység alatt kevesebb hullámot vesz, mint nyugalomban, és frekvenciacsökkenést észlel. A vevő által észlelt frekvencia

$$\nu = \nu_s - \nu_s(v_E/u) = v_s(1-v_E/u).$$

2. Nyugvó vevő, mozgó adó:

a) Mozogjon az adó a vevő felé. A $T = 1/\nu_s$ rezgésidő alatt az adó $v_sT = v_s/\nu_s$, a hullám pedig λ_s távolságot halad. A vevő által észlelt hullámhossz ennél kisebb lesz:

$$\lambda = \lambda_s - v_s/\nu_s = (u/\nu_s)\,(1-v_s/u).$$

A vevő által észlelt frekvencia

$$\nu = \nu_s/\big(1-(v_s/u)\big),$$

ahol

λ, ν: a vevő által mért hullámhossz, illetve frekvencia; λ_s: az adó hullámhossza; ν_s: az adó frekvenciája; v_s: az adó sebessége.

b) Távolodjon az adó a vevőtől. Az előbbiekhez hasonló megfontolások alapján a vevő által észlelt frekvencia

$$\nu = \nu_s/\big(1+(v_s/u)\big).$$

3. Mozgó adó és mozgó vevő:

A vevő a következő frekvenciát észleli

$$\nu = \nu_s\,\big(1+(v_E/u)\big)/\big(1-(v_s/u)\big),$$

illetve

$$\nu = \nu_s\big(1-(v_E/u)\big)/(1+(v_s/u)\big),$$

ahol v_E: a vevő sebessége.

A sebességek a nyugvó közeghez képest értendők. A mozgás irányától függően v_E, ill. v_s pozitív vagy negatív.

Példák:

Ha sípoló mozdony (adó) közeledik egy megfigyelőhöz (vevő), akkor az utóbbi magasabb frekvenciájú hangot hall, mint a vonaton ülő utas. Miután a mozdony elhaladt a megfigyelő mellett, a frekvencia észrevehetően lecsökken.

Ha egy csillag távolodik tőlünk, színképvonalainak nagyobb hullámhosszak felé való eltolódását észleljük: ez a **vöröseltolódás, Hubble-effektus.** Ha ezt a vöröseltolódást Doppler-effektusként értelmezzük, abból a Föld és a csillag egymáshoz viszonyított sebessége kiszámítható.

Doppler-radar. Ha a radar sugara mozgó tárgyról verődik vissza, a frekvenciája megváltozik. A frekvenciaváltozás iránya mutatja, hogy a tárgy a vevőhöz közeledik vagy tőle távolodik. A frekvenciaváltozás nagyságából a relatív sebesség kiszámítható – a közlekedési radarok esetében sok autóvezető bánatára.

Az első benyomás alapján ellentmondásnak tűnik, azonban igaz, hogy a közönséges Doppler-effektus $\Delta\nu = \nu_s - \nu$ frekvenciaeltolódása függ attól, hogy az adó mozog a nyugvó vevő felé, vagy fordítva! Ennek az az oka, hogy minden sebesség a nyugvónak feltételezett közeghez viszonyítva értendő.

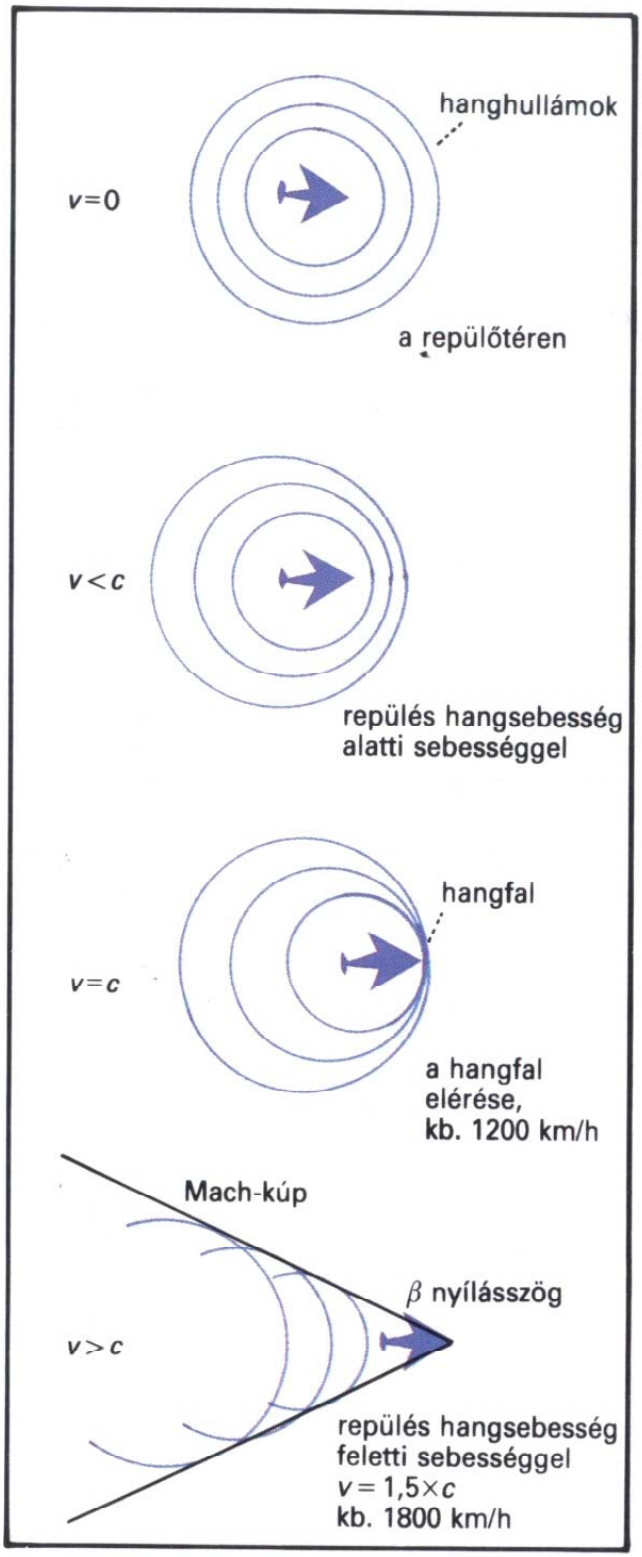
Ha a sebességek a hullám terjedési sebességéhez képest nagyon kicsik, akkor az 1. és 2. alatti egyenletek az elhanyagolások után azonosak lesznek.

Ha a terjedéséhez nincs szükség közvetítő közegre, pl. a fény esetében, akkor nincs nyugvó vonatkoztatási közeg, és a frekvenciaeltolódás csak a forrás és a vevő egymáshoz viszonyított sebességétől függ. A Doppler-eltolódás ekkor csupán ezt a relatív sebességet adja meg.

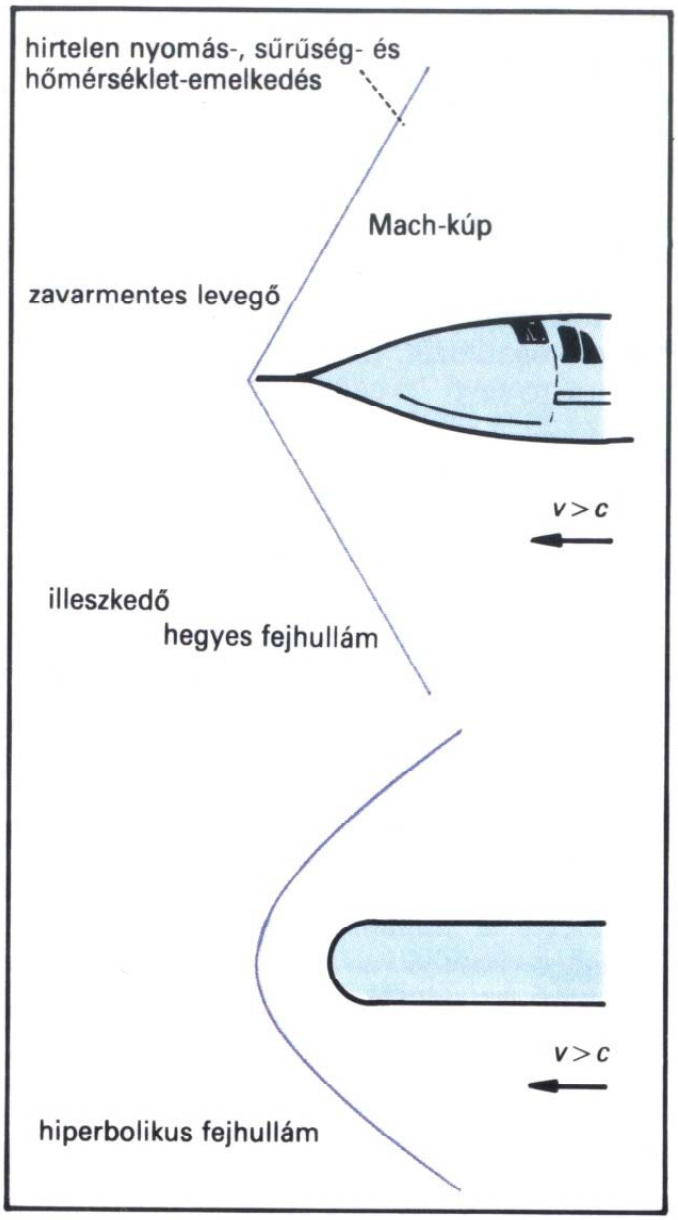
A **relativisztikus Doppler-effektus** elektromágneses hullámok terjedésekor lép fel, amikor $(v/c)^2$ és esetleg még magasabb rendű tagok nem elhanyagolhatók, amikor tehát a v sebesség a c fénysebességhez képest nem kicsi. A Doppler-összefüggésekben ilyenkor egy járulékos gyökös kifejezés jelenik meg, pl.

$$\nu = \nu_s\sqrt{1-(v^2/u^2)}/\big(1-v/u\big).$$

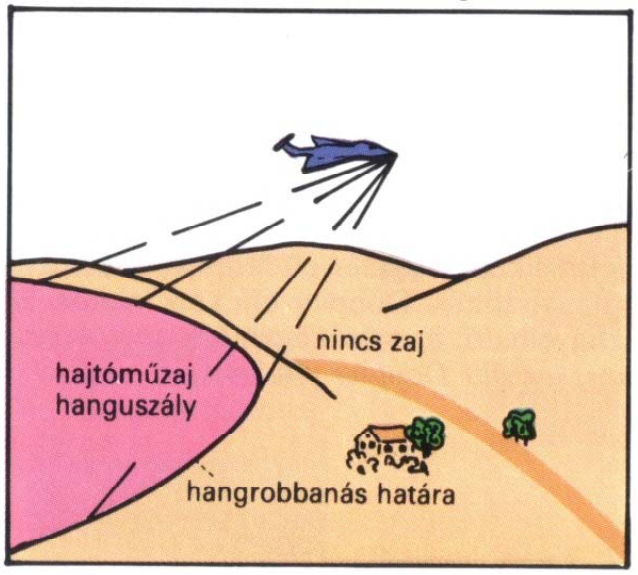
A klasszikus Doppler-effektussal szemben a relativisztikus Doppler-effektus akkor is megfigyelhető, ha v és u egymásra merőleges *(transzverzális Doppler-effektus)*.



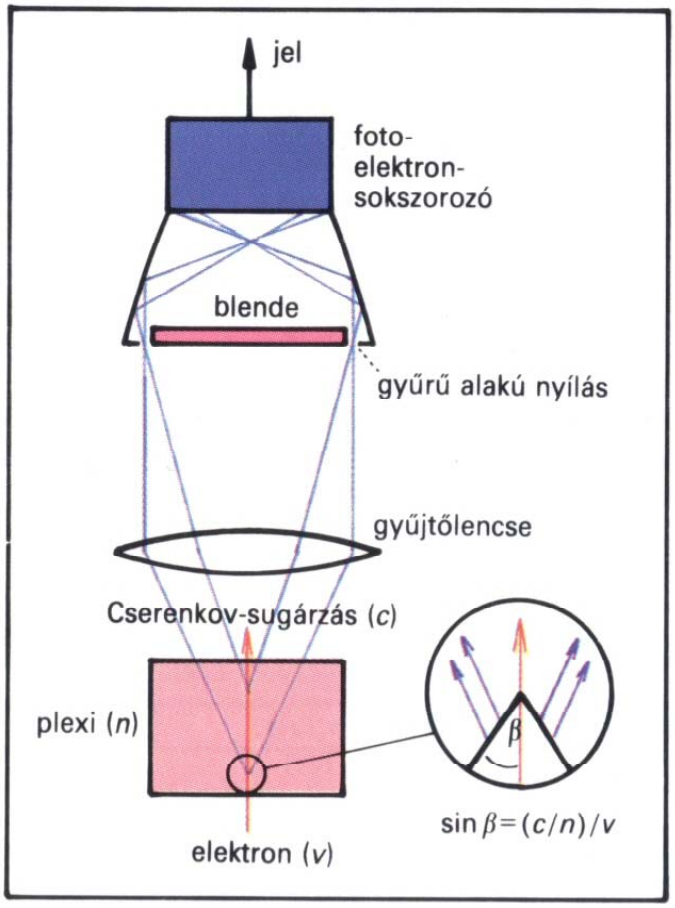
Repüléskor kialakuló Mach-kúp



Fejhullámok



Szuperszonikus repülés



A Mach-kúp Cserenkov-sugárzást bocsát ki

Mozogjon egy tárgy nyugvó közegben v sebességgel. Így zavarforrásként viselkedik, amely zavar mint hullám, u fázissebességgel minden irányban kiterjed. A zavar terjedését és frekvenciaeltolódását a Doppler-effektus írja le (lásd 91. oldal, mozgó adó és mozgó forrás).

Ha v növekszik, azaz a tárgy mint a zavar forrása egyre gyorsabban mozog, a tárgy előtti hullámhegyek összesűrűsödnek. A zavar mögött a hullámhossz egyre nagyobb lesz. A tárgyról kiinduló gömbhullámok azonban nem metszik egymást, amíg $v < u$.

Amikor a tárgy a hullámok fázissebességével mozog, azaz $v = u$, a zavar előtti hullámhegyek egy pontban érintkeznek: A tárgy az összegződött hullámhegyeken ül. Az egyes hullámhegyek összeadódnak, természetesen csökkenő amplitúdóval.

Abban a pillanatban, amikor $v > u$, a tárgy gyorsabban mozog, mint ahogy a zavar terjedhet a közegben. A tárgy a hullámot maga mögött hagyja. Az egyes gömbhullámok ekkor metszik egymást, a tárgy által később keltett hullámok megelőzik a korábbiakat. Az egyes hullámok interferálnak egymással. A legtöbb kioltódik, azonban egy kúp alakú hullámfront megmarad, amelyet Ernst Machról (1838–1916) **Mach-kúpnak** nevezünk.

A hullámfront nyílásszöge geometriai megfontolások alapján meghatározható. Az ilyen hullámot **fejhullámnak** is nevezik:

$$\sin\beta = u/v = 1/M, \qquad \textit{Mach-kúp}$$

ahol

$M = v/u$: a **Mach-szám;** β: a fejhullám nyílásszöge; v: a tárgy sebessége; u: a zavar terjedésének lokális fázissebessége.

Ha $v = u$, azaz a Mach-szám = 1, a fejhullám a v sebességre merőleges síkhullámfront. Amint $v > u$, kialakul a Mach-kúp, amely növekvő Mach-számok esetén egyre szűkebbé válik.

A Mach-kúp különböző hullámok esetén:

Hanghullámok indulnak ki a levegőben v sebességgel mozgó tárgyakról (pl. repülőgépről, lövedékről). A zavar terjedési sebessége a c hangsebesség. Amint a hangforrás gyorsabban mozog, mint a hang, tehát hangsebesség fölötti (szuperszonikus) sebességeket ér el ($v>c$), $\sin\beta = c/v$ nyílásszögű Mach-kúp keletkezik. **Lökéshullám** alakul ki, a levegőt alkotó molekulák nem tudnak a zavar elől elég gyorsan kitérni. Ebben a lökéshullámban rövid időre nagyon nagy sűrűség, hőmérséklet és nyomás alakul ki, amely *hangrobbanást* vált ki.

Ilyen jellegű lökéshullámot laboratóriumban *lökéshullámcsőben* lehet előállítani. Ezzel a készülékkel az anyagok szélsőséges fizikai körülmények közötti tulajdonságait vizsgálják.

$v = c$ esetén a Mach-kúp síkhullámfronttá alakul.

Ha például egy repülőgép a hangsebességet át akarja lépni, át kell törnie a *hangfalat,* vagyis a Mach-kúp hullámfrontját. Mivel a hullámfronton belül szélsőséges fizikai körülmények uralkodnak, ez az átmeneti réteg valóban akadályhoz, falhoz hasonlít.

A Mach-kúp csúcsának pontos alakja a repülőgép orrkiképzésétől függ: A fejhullám hegyes, ha a repülőgép orra tű alakú, tompa orrkiképzés esetén pedig hiperbolikus.

Amint a repülőgép a hangfalat áttörte, a Mach-kúp csúcsában repül, és a hanghullámokat maga mögött hagyja. *Hanguszály* alakul ki a repülőgép mögött.

Elektromágneses hullámok elektromosan töltött részecske (pl. elektron, proton) közvetlen környezetéből indulnak ki, ha a részecske egy közegben a fény fázissebességénél gyorsabban mozog. Ez a **Cserenkov-sugárzás,** amelyet 1934-ben Pavel Cserenkov (szül. 1904), Ilja Frank (szül. 1908) és Igor Tamm (1895–1971) fedezett fel (Nobel-díj 1958-ban).

Az elektron a fény fázissebességét egy közegben átlépheti, mert $c_n = c/n$, ahol c: a fény sebessége vákuumban; n: a közeg törésmutatója. Ebben az esetben a közeg atomjai polarizálódnak, és elektromágneses hullámot bocsátanak ki. Mivel egy nagy energiájú elektron gyorsabb ennél a hullámnál, Mach-kúp csúcsában repül, amelynek fejhulláma – túlnyomórészt ultraibolya – fényt sugároz. A fénykúp nyílásszögének mérésével a Mach-féle összefüggést felhasználva az elektron v sebessége kiszámítható.

Mivel a Mach-kúp fejhulláma nagyon »vékony«, a kibocsátott fény egy kb. 10^{-7} s ideig tartó fényimpulzus.

Vízhullámok keletkeznek, ha egy tárgy a víz molekuláit helyükről kiszorítja. Ha ez a tárgy egy v sebességgel mozgó gyors hajó, akkor gyorsabb, mint az u sebességgel terjedő vízhullámok: A hajó orra előtt $\sin\beta = v/u$ nyílásszögű Mach-kúp keletkezik. Ideális körülmények között két Mach-vonal indul ki a hajótól a víz felszínén.